漢語“數-量-名”結構對算術哲學的啓示

葉峰[*]（北京大學哲學系）

摘要：漢語特有的“數詞-量詞-名詞”結構，提示了一種對關於事物的數、量屬性的判斷的邏輯分析，及一種對數詞的意義的解釋。它有別于弗雷格、新弗雷格主義、及其它邏輯主義的解釋。它更支持一種經驗論的、唯名論的算術哲學。

“數詞-量詞-名詞”結構是漢語（漢藏語係）語法的特徵之一[1]。不論是對所謂的可數名詞還是不可數名詞，在漢語中，當用數詞與名詞表達事物的數、量屬性時，量詞都是必需的，比如，“2*個*蘋果”，“2*斤*麵粉”，“2*斤*蘋果”等等。它暗示著，在其他語言中，當描述一些事物的個體數目時，一個表示如何劃分事物爲個體的量詞，可能被隱含地省略了。比如，“2張撲克牌”與“2副撲克牌”在英語中爲“2 cards”與“2 suits of cards”。在前者，表示單位的量詞可能被省略了。本文要説明，這啓示了一種對“2*個*蘋果”、“2*斤*蘋果”等這樣的短語的邏輯分析，以及對數詞的意義的解釋。它將影響到對算術的可應用的性解釋，以及對算術的分析性與先天性等等問題的回答。它將引向一種不同于弗雷格的邏輯主義、新弗雷格主義、或其它形式的邏輯主義的，唯名論的，且更接近於經驗論的算術哲學。

一、弗雷格、新弗雷格主義、及其它邏輯主義對數詞的分析

弗雷格的邏輯主義、新弗雷格主義、及最近其它一些形式的邏輯主義，在分析“數詞+名詞”結構時，只考慮可數名詞(或名詞短語)，及其表達的所謂“可數概念 (Sortal Concept) ”。一個可數概念表示（represent）一些個體事物(Objects)，這些個體事物有確定的自身同一性（Self identity）。一般認爲，一個不可數名詞，如“水”、“麵粉”等，不表達可數概念。

考慮句子

（1）　There are 3 apples on the table.

依弗雷格的分析，名詞短語“apples on the table”表達了一個可數概念，因此，這個句子所斷定的是，這個概念有這樣一個屬性，即“恰有3個個體落在該概念中”。所以，“3”對應於一個概念的屬性，或概念的概念。但弗雷格(Frege 1884)認爲，一個自然數應該是一個個體事物，而不是一個概念，因此他將一個自然數定義爲一個概念的概念的外延。比如，一個概念P落在3所表示的(概念的概念的)外延中，當且僅當恰有3個個體事物是P。

由於假設每個概念都有一個外延導致了羅素悖論，新弗雷格主義者用所謂休謨原理(Hume's Principle)，將數定義爲與可數概念對應的，遵從休謨原理的抽象事物。休謨原理指的是如下等價式：

(HP)　　概念F的數 = 概念G的數，當且僅當F與G可一一對應。

這裏，“概念F的數”意圖指稱落在概念F中的個體的數目；而兩個概念之間可一一對應，指的是存在落入兩個概念的個體之間的一個一一對應關係。新弗雷格主義者相信，這個等價式不但確定了“數”這個概念，還使得“概念F的數”這個短語，對一個可數概念F總有指稱，而且使得休謨原理(HP)是一個分析的、先天的真理(Hale and Wright 2001)。数学上（如在集合論中）可以證明，休謨原理(HP)是一致的，它不像弗雷格的系統那樣會導致羅素悖論。而且，由二階邏輯加休謨原理(HP)可以推導出二階皮亞諾（Peano）算術的公理，因此可以推導出普通數學中所能證明的算術定理(參

[*] 本文是為澳門中國哲學會主辦的“哲學交流與文化融合”會議準備的論文。作者感謝澳門中國哲學會的邀請及資助。本文寫作過程還得到中國國家社會科學基金 2005 年度項目“當代數學哲學問題研究”的資助（批准號05BZX049）。

[1] 這裡，“量詞”指“張”、“個”等漢語中的量詞（classifier），quantifiers則稱作“數量詞”以示區別。

見Burgess 2005)。新弗雷格主義者相信，這證明了算術定理也是分析的和先天的。這樣刻畫的“數”的概念，也被認爲是恰當地說明了算術的可應用性。比如，2+3=5可用於計數，因爲，假如 概念F的數是2，而概念G的數是3，而且概念F與概念G不相交，那麽概念(F或G)的數就是5。這可以由數2、3、5的定義，休謨原理(HP)，以及二階邏輯推導出。換句話說，加法運算相應於兩個不相交概念的並。因此，假如桌子上有2個蘋果、3個桔子，那麽由二階邏輯及休謨原理(HP)就得出，桌子上有5個蘋果或桔子。而且，假如二階邏輯與休謨原理(HP)是分析的、先天的，那麽“2個蘋果加3個桔子是5個蘋果或桔子”也是一個分析的、先天的真理。包括一些不接受 弗雷格或新弗雷格主義的哲學結論的人，也承認這是對算術的可應用性的正確解釋。相反，對新弗雷格主義的質疑，大都集中在質疑休謨原理(HP)是否真正爲分析的與先天的。(見Boolos 1990，1997，及Hale and Wright 2001中的回應)

另一種最近提出的對數詞的解釋得出類似的算術定理是邏輯真理的結論。Hofweber（2005）認爲，數詞的原始作用是作爲限定詞（Determiner），比如在句子

（2）　Two apples are on the table

中。限定詞像數量詞（quantifiers）some, most, all等等一樣，是沒有指稱的。因此數詞的原始作用不要求它們指稱任何對象。然後，Hofweber認爲，存在著關於這樣的限定詞的邏輯真理，包括可以用如下句子表達的邏輯真理：

（3）　Two and three are five。

但是，一個限定詞的語義結構極其複雜。比如，在蒙太古文法式的語義分析中，一個名詞短語（如“two apples”）的語義值，是一個由屬性到真值的映射。（一個屬性本身是一個由對象到真值的映射。）一個名詞短語可由一個限定詞與一個普通名詞構成。一個普通名詞的語義值是一個屬性。因此，一個限定詞的語義值,是一個由屬性到屬性到真值的映射的映射。由此，（3）的邏輯結構就極其複雜。Hofweber認爲，在語言使用中，我們對數詞做了強制性的類型轉換（Type Coercion），將（3）改寫成

（4）　Two and three is five

或

（5）　2+3=5。

由此，“two”、“three”、“2”、“3” 等似乎成了指稱個體對象的單稱詞項，而（4）、（5）似乎成了表達對象之間的等同關係的陳述。Hofweber的結論是，數詞非真正的單稱詞項，不指稱所謂的抽象對象。（4）、（5）等實際上表達（3），是邏輯真理，因此也是分析的與先天的。在這種解釋中，數詞不直接對應與概念的概念，但是，作爲一個限定詞，一個數詞依舊必須與一個表達可數概念的可數名詞相結合，構成名詞短語。

還有一種邏輯主義解釋認爲，算術陳述（5）應理解為

（6）　$\forall F \forall G(\exists_2 xF(x) \wedge \exists_3 yG(y) \wedge \neg\exists z(F(z) \wedge G(z)) \rightarrow \exists_5 v(F(v) \vee G(v)))$。

其中，$\exists_3 yG(y)$是一個一階語句，表示恰有3個個體是G，其餘的類似。（6）是一個邏輯真理。Yablo（2002）認爲，（5）是像英文里“I have a butterfly in my stomach”那樣的比喻式的陳述。它表面上是在談論一些抽象事物，即自然數，但它有一個真實的含義，即（6）。這種解釋，表面上將數詞消解掉了。注意，這裡的F、G等作爲二階變元，所取的值也必須是可數概念，否則$\exists_3 yG(y)$等將無意義。

二、數詞的功能與意義

以上的分析的一個共同特點是，它們只適用於整數詞，而且總預設了一個相關的可數概念。考慮這幾個句子：

（7）　桌上有3個蘋果。

（8）　桌上有3.5個蘋果。

（9）　桌上有3斤蘋果。

（7）是前面的句子（1）的翻譯。在弗雷格的解釋中，由於（1）中沒有量詞，“3”很自然地被理解爲直接限定名詞短語“apples on the table”。名詞短語“apples on the table”被認爲是表達一個可數概念，因此“3”應該對應於一個可數概念的概念。然而這種解釋不能直接處理例子（8）與（9）。首先，（9）中顯然沒有一個可數概念可以被“3”修飾。弗雷格認爲（9）中的“3”表達一個實數(或有理數)，而實數是與自然數完全不同類的個體事物，因此（9）中的“3”與（7）中的“3”有完全不同的含義，也指稱不同的個體事物。弗雷格的理論認爲，“3斤”表達一個所謂的“絕對量”(absolute magnitude)。由於需要考慮負數，一個有正、負的量，是兩個絕對量的關係，比如，“-3度”表達的是“0度”與“3度”，“1度”與“4度”等等的關係(即它們共同的差)。然後再考慮到“3斤”也就是“30兩”，且“3斤”、“3度”中的“3”應該相同等等，因此，作爲實數的3，又是對應於兩個有正、負的量的關係，即“3斤”與“1斤”，“6斤”與“2斤”，“30兩”與“10兩”，“-3度”與“-1度”等等，也就是的它們共同的比。通過這樣一些複雜的分析與重構，弗雷格將一個實數定義爲一個關係的關係的外延(參見Simons 1987)。因此自然數3不是實數(或有理數)3。新弗雷格主義者的定義與此類似(Hale and Wright 2001)，自然數與實數(或有理數)也是完全不同的事物。然而，從漢語的角度看，“3個”中的“3”與“3斤”中的“3”，似乎應該是同一個詞，有著相同的意義。另外，即使弗雷格與新弗雷格主義者的複雜的分析對（9）是可接受的，對（8）它也帶來問題。（8）中顯然也沒有一個可數概念可以被“3.5”修飾。但是，如果將“3.5個”視爲“3斤”那樣的一個量，它又忽視了（8）與（7）的明顯的內在聯繫。顯然，對於（7）那樣的句式，弗雷格的分析，是將“3個蘋果”中的(可能隱含的)量詞“個”與“蘋果”結合，得到一個所謂的可數概念，然後認爲“3”表達的是這個概念的屬性；而對於（9）那樣的句式，弗雷格的分析，卻先是將“3斤蘋果”中“3”與量詞“斤”結合，認爲它表達了一個具體事物的屬性。由於（7）中的量詞“個”在一些語言中被省略，這其中的隨意性被掩蓋了，而（7）與（9）顯得具有不同的結構，而且不得不導出了（7）與（9）中的“3”有完全不同的含義與指稱的結論。

Hofweber沒有分析像（9）那樣的句子，但是，（9）中的“3”顯然不是像數量詞some, most, all那樣的限定詞。因此對於他來説，（7）與（9）中的“3”也應該有完全不同的含義。至於Yablo的分析，它只適用於可數概念，完全不能處理（9）。

在漢語中，(7)至(9)中的相關的短語，都具有相同的“數-量-名”語法結構。這提示我們，它們*可能*也有相同的邏輯結構，都是以數詞+量詞+名詞的方式，表達桌上的事物的一些屬性。比如，它們都表達“存在x，x在桌子上，而且x是由一些物體組成，其中每一個物體是一個蘋果或其部分，而且x是P”，其中屬性P分別是：

(7’)　可分成3個空間上分離的物體（其中每一個物體是一個蘋果）

(8’)　可分成3個空間上分離的物體（其中每一個物體是一個蘋果）另加一個物體（它是半個蘋果）

(9’)　3斤重

也就是說，在一個“數-量-名”結構中，名詞表示事物的質料方面的屬性，比如“蘋果”、“麵粉”等。一個可數名詞還表達了一種自然的對事物的劃分。但是自然的劃分不一定是唯一的，比如，襪子可以自然地論雙或論隻。“數-量”組合，則表示事物的不同於質料屬性的另外一種屬性。其中，量詞指示某一種屬性類型，如重量、長度、個體數目等，同時還表示了一個單位樣本，如一斤、一尺、一個、或一雙的個體樣本。（單位個體樣本的表示可能依賴於與量詞結合的名詞。）而數詞的作用則與副詞相似，表達一種程度。“數-量”組合，表示了如此類型的，相對於單位樣本有如此程度的屬性。程度既可以是單位樣本的整體倍數，也可以是它的部分。對於個體數目屬性，可以抽象出一個相關的可數概念，但具體存在著的事物本身並沒有提供一個唯一確定的可數概念，它是由量詞提示的。“雙”與“隻”要求以不同的方式構造相關的可數概念。但要點是，“數-量-名”結構的簡單判斷，首先是關於具體事物的某一方面屬性的判斷，而非關於某個可數概念的判斷。後者是我們特別關注具體事物的某一方面屬性時，如論雙或論隻的個體數目時，在心靈中構造的。這些也許不足以證明弗雷格式的分析是錯誤的，但是似乎是更一致的、更具一般性的分析。

事實上，這種分析是與物理學中對一個物理系統的描述也是一致的。比如，一個微觀物理系統的粒子數，是與系統的質量、能量等等一樣的一個物理量。尤其是對於由光子組成的一個系統，如一束光波，粒子數實際上就是由能量定義的。光子具有極強的波粒二象性與非局域性，我們不能依

據空間位置上的分離或形狀等等來區分不同的光子，將它們個體化。實際上，光子數只是光波的能量量子化的結果。光波的能量永遠是某個極小能量的整數倍。稱一個系統由n個頻率爲v的光子組成，依定義，就是說系統的能量爲nhv，*其中*h爲普朗克常量。反之，“這束光波中的光子”很難說是表達了一個所謂的可數概念，因爲光子不能在通常的意義上分爲不同的個體。一個所謂的可數概念，需要預設一個將相關事物劃分爲個體的方式，包括預設了每個個體的*穩定的*自身同一性。這些對於光波不適用。一個可數概念的外延是一個集合，一個抽象實體，而物理學中描述一個物理系統時，是將一個系統看成一個具體的事物，具有質量、能量、粒子數等等屬性。這與將(7)、(8)、(9)都理解爲描述桌上的具體事物的種種屬性的分析，是一致的。

假如數詞(包括整數詞與分數詞)的最基本的功能，是與量詞結合，表達屬性，那麼，要實現這種功能，一個數詞並不需要指稱某個(抽象的)個體事物(object)；一個數詞的意義，也不需要通過確定它的指稱來確定。數詞更多地像副詞。在英語中，(1)也可以表達成：

（10）　The number of apples on the table is 3.

這是一個等同關係。短語“the number of apples on the table”與數詞“3”似乎都指稱某個抽象事物，即概念“apples on the table”的數。這常常被用來作爲數詞指稱抽象的個體事物的證據。但是，句子

（11）　The number of pounds of apples on the table is 3.

似乎有著相同的結構，而“pounds of apples on the table”卻不表達一個可數概念，沒有什麼個體事物可以說是落入這樣的概念中。依弗雷格的分析，(11)中的“3”又應該指稱一個不同於自然數的，作爲關係的關係的外延的實數。但是，如何將短語“The number of pounds of apples on the table”分析成指稱這樣一個實數卻不清楚。而且，（10）與（11）的結構似乎是相同的。事實上，如果將它們翻譯成漢語，我們將得到相同的句式

（12）　桌上的蘋果的個數是3。

（13）　桌上的蘋果的斤數是3。

相反，在漢語里，如下的表達方式是不自然的：

（14）　*桌上的蘋果的數是3。

也就是說，（12）並不明顯地是在陳述某個作爲抽象個體事物的*數*3與桌上的蘋果之間的關係。“個數”、“斤數”似乎指的是用來數個或數斤的數字。句子（12）、（13）可以讀作“用來數桌上蘋果的個數或斤數的數詞是‘3’”。這裏的“3”可以是指數字“3”本身，而不是一個抽象的數。

這些分析提示了一種解釋數詞的意義的思路。假如一個數詞的基本功能，是與量詞結合以表達具體事物的屬性，那麼需要解釋的就只是，給定一個量詞所表示的單位屬性後，如何確定一個數詞與該量詞的結合所表示的屬性。爲此，首先需要說明，一個專有名詞、普通名詞、或形容詞如何指稱一個具體事物、一類具體事物、或一種屬性。它包含了說明一個量詞，如何表示一個標準單位屬性。這最終歸結爲這些詞項所表達的大腦中的內在表徵，與它們所表示的外部具體事物或具體事物的屬性之間的意向性關係。這本身是一個非常複雜的問題，這裏不能詳細論述。但有一種強調涉身性的意向性(或表徵內容)理論，它認爲，處於大腦中的一個內在表徵，與它所表示的外部事物或屬性的意向性關係，最終是通過大腦將這個內在表徵，解釋爲身體的動作，並借助於大腦、身體、及外部事物的自然規律性，來確定的(Ye 2006a)。這裏，我們假設一個量詞所表示的標準單位屬性可以這樣確定。然後，我們的問題是，一個數詞與這樣的一個量詞結合後所表示的屬性如何確定。

顯然，一個數詞的意義是相對於整個用於計數的符號系統的。只有在一個計數符號系統中，一個單獨的數詞才有意義。同樣，確定一個“數詞+量詞”所表示的屬性，也是相對於整個計數符號系統。一種自然的思路是，大腦記住了一個計數符號系統，並能夠按順序復述系統中的數字。這包括記住一些基本的數字，如從“一”到“十”，同時掌握進位規則，使得計數活動可以無限地繼續下去。大腦本身的自然規律性，使得這種計數活動在不同的大腦之間，以及同一大腦在不同的場合，是一致的。確定一個“數詞+量詞”結構所表示的屬性時，大腦控制身體，將逐次的計數動作，與量詞所表示的屬性的逐個叠加相對應。叠加的方式依賴於屬性的種類。比如，對於長度屬性，它意味著恰當地移動米尺；對於個體數目屬性，則意味著逐個點數。整個計數系統的內在表徵的功能，在於提供一個大腦內部的標杆，並協助大腦控制、協調這種對應活動。一個具體數詞的內在表徵的

功能，也包括控制這個活動的終止時刻。換句話說，整個計數符號系統的意義，不在於其中的數字表示了某些抽象的外部事物，而在於它們能夠協助大腦，使得身體的計數活動與外部事物的屬性相對應。因此，數詞的意義，與其他表示具體事物及其屬性的專有名詞、普通名詞、量詞或形容詞的意義，有結構上的差別。一個名詞“蘋果”或量詞“斤”在大腦中所對應的內在表徵的部分功能，在於協助控制身體的活動，以確定它所直接表示的外部具體事物或屬性。而一個數詞在大腦中所對應的內在表徵，則有更一般的，也就是更抽象的功能，因爲它可以與任何量詞（所對應的內在表徵）相結合，表示某種屬性。但這種抽象性，指的是功能上的一般性與靈活性。它不意味著大腦也將一個數詞聯繫到某個所謂的抽象事物。反之，當人們斷言數詞表示抽象事物時，是試圖站在一個主觀思想者的角度，將自己的某些內在表徵，以某種神秘的方式投射到外部（而不是通過身體的活動與外部事物相連）。從一個自然主義的觀察者的角度看，這種意圖是真實存在的心理現象，但並沒有真正的投射對象。數詞在大腦中所對應的內在表徵的功能，在於它們對其它可能直接表示外部具體事物的內在表徵的作用。這種對數詞的意義的解釋，是唯名論的解釋，不同於弗雷格或新弗雷格主義的解釋。

三、純算術判斷的意義及其可應用性

當我們陳述算術中的純數學判斷時，我們確實是將數詞用作專有名詞，因此數詞*似乎*指稱個體事物。但是，我們實際上所做的是從

（15）　2個蘋果加上3個蘋果是5個蘋果

（16）　2斤蘋果加上3斤蘋果是5斤蘋果

等等，將它們的共同的模式抽象出來，得到

（17）　2加3等於5。

因此可以認爲，純算術陳述(17)的真實意義在於它是(15)、(16)等等一些具體的判斷的概括。掌握這樣的純算術陳述的意義，在於掌握使用它們的基本語言規則，以及它們與那些具體例子的關係。稱陳述（17）為真，一方面是由於它可以由一些基本算術規則推導出，而我們之所以特別關注那些規則，是由於所推導出的陳述可以翻譯為（15）、（16）那樣的真判斷。另一方面，大腦在處理（17）那樣的陳述時，是將“2”、“3”等當作名詞一樣適用，也就是在想象它們也指稱一些外部個體事物。而且，大腦採納了經典二值邏輯，也就是大腦在對關於外部個體事物的判斷進行推理時所採納的邏輯[2]。因此我們對（17）那樣的陳述也接受排中律，而且接受“（17）要麽真，要麽假”這樣的判斷。但是，（17）之有意義不在於它直接表示了某種外部事態，而在於它與它的例子（15）、（16）等等的關係。“（17）是真的”中的“真”是一個不同於“（15）是真的”中的“真” 的概念。後者是樸素實在論的“真”，而前者是一個由下述兩條規則約定的、可能是不完備的概念：

（18）　如一個陳述可由基本算術規則推導出，則它是真的。

（19）　對每一陳述，要麽它是真的，要麽它的否定是真的。

“可能不完備”指的是，這兩條規則也許不足以對每一陳述都確定該陳述或其否定為真。

這同時也說明了像(17)那樣的算術判斷是如何可應用的。(17)可以應用到實際中而得到(15)，(16)等等，因爲(17)本身就是(15)，(16)等等在大腦中的簡化、概括的表示。弗雷格與新弗雷格主義者認爲(17)是分析的與必然的，是普遍可應用的。但事實上，將(17)用到任何一個場合，都必需對“加”作出解釋。用於個體數目或質量，它意味著將兩個子系統視爲一個大系統，重新確定大系統的個體數目或質量；用於直線段的長度，則意味著將兩個線段連成直線後的長度。解釋的不同，(17)的應用得出結論的真、假也可能不同。比如，將2升純酒精加入3升水中，由於溶解作用，得到的可能不是5升液體；同樣，將兩個分別由2個與3個微觀粒子構成的子系統結合，由於相互作用，以及微觀粒子的自身同一性的不穩定性，得到的也許不是5個微觀粒子的系統。對此，一種可能的反駁是，(17)只是描述沒有相互作用而使得事物發生不合適的變化的情形。但事實上，宇宙中所有

[2] 這在一些認知心理學家那裏稱為隱喻轉換（Metaphorical Mapping）。參見Lakoff and Nunez (2000):

具體存在的事物之間都有相互作用。因此，(17)在任何一個具體的場合的可應用性，是依賴於實際存在著的具體事物的特徵的。正確的解釋應該是倒過來：相對於人的大腦與感官來說具有穩定的自身同一性的宏觀物體，有著一些穩定的規律性，(17)概括了關於這些物體的個體數目屬性的一種規律性；而微觀的，不可被感官與大腦直接觀察的微觀物體，有可能不具備這種規律性，因此不在（17）所概括的範圍內。當然，我們可以*想像*具備這種規律性的微觀系統，它們也符合(17)，但這只是想像中的東西，不是具體地存在於宇宙中的真實事物，而且在想像它們時我們已經預設了一般算術定律是可應用的。真實的事物可能超出我們的想像能力，就像微觀粒子。因此，(17)並不具有絕對的普遍性。這種對算術可應用性地解釋，實質上是穆勒（John Stuart Mill）的經驗主義解釋。

弗雷格與新弗雷格主義者在解釋(17)的可應用性時，想像了所謂的可數概念。一個可數概念的外延，被想像成是由具有穩定的自身同一性的個體組成。(17)中的“加”被解釋為不相交概念的邏輯析取，或外延的並。但是我們不應該忘記想象中的可數概念的外延，與真實存在的具體事物之間可能的差異。比如，“這束光波中的光子”是否表達了一個可數概念？這束光波，是否可看作某個可數概念的外延？可數概念的外延的並，或可數概念的邏輯析取，是否與兩個微觀系統的結合符合？比如，對現實世界中兩束光波，將它們視爲一束光波時，其中的光子數，是否對應與兩束光波的光子數的和？弗雷格當然認爲，一個可數概念及其外延是客觀的存在，不僅僅是想象中的。但這對解釋（17）對具體事物的可應用性沒有幫助，因爲問題就在於那兩束具體的光波是否為可數概念的外延，以及外延的並。顯然，由於從具體的事物不自覺地跳躍到所謂的可數概念及其外延，(17)的可應用性的條件被忽略了。弗雷格或新弗雷格主義者僅僅説明了（17）爲什麼可應用於想象中的（或客觀存在的）可數概念的外延。他們並沒有説明（17）爲什麼可應用於具體的事物。對於我們來説，前一種可應用性，當然是由於我們想象那些事物時就隱含地遵循某些基本規則，而（17）可由這些規則推導出。這些基本規則對於（相對於大腦來説）有穩定的自身同一性的外部具體事物，確實是真的，但這依賴於具體事物的一些偶然特性。因此，（17）的後一種可應用性，不可避免地依賴於具體事物的一些偶然特性，即它們是否與想象中的一個可數概念的外延足夠地相似。

像“粒”、“個”這樣的量詞在語言中被省略，似乎助長了這種忽略可應用性條件的傾向。它給我們一個錯誤的印象，認爲我們考察的一些事物，先天地、必然地為可數概念的外延。一粒小球一樣的物體是論“粒”，而一團雲霧是論“團”。後者已經很難說能否作爲所謂可數概念中的個體，而具有波-粒二像性的光子，既不能簡單地論“粒”，也不能簡單地論“團”，更難說能否作爲所謂可數概念中的個體。漢語中無處不在的量詞提醒我們，從對真實存在的具體事物的描述，到以某種方式抽象而得到所謂的可數概念，是假設了對具體事物的一種劃分方式，及劃分所得的個體事物的一些特徵。它對具體事物已經有所論斷，不具有絕對的普遍性。

四、算術的相對分析性、先天性、與必然性

由前面的分析，算術至多是在如下的意義上是分析的：*對於可數概念以及可用可數概念表示的具體事物*，依新弗雷格主義對“概念的數”的定義，普通的算術定理可以從邏輯推導出來，而算術定理解釋後所得的關於那些具體事物的判斷，一定是真的。想像中的事物，尤其是想像中的抽象實體，總可以由可數概念描述，因爲是我們決定如此想像[3]。至於某些真實存在的具體事物能否由可數概念描述，則依賴於那些具體事物的偶然特徵。這種意義上的分析性當然只有相對的認識論意義。它相當於說“孫悟空會七十二變”是分析的，因爲我們就是如此想像孫悟空的。

另一方面，由於我們的大腦與感官只能清晰地認識穩定、宏觀的物體，算術對於我們能清晰地認識並想像的事物的個體數目屬性，也許是相對地必然的。也就是說，受限於我們的認知結構，我們無法想象與發明另一種算術。這並不排除那些遠離我們的事物，比如微觀粒子，可能超出我們的想象能力，可能不同於我們能清晰地認識並想像的事物。當我們試圖描述那些事物時，我們不得不

[3] 說“想象中的事物”只是一種言談方式，它不蘊含存在那些事物。真正存在的是想象事物時的大腦活動。當我們說“陳述A對想象中的事物是真的”，其中的“真”是一個由類似於前面的（18）、（19）那樣的規則約定的，可能不完備的概念，它不同於關於具體事物的陳述的“真”。

採取某種間接的方式，而且我們的理論可能會有一些不一致之處，就像我們在量子力學或量子場論中所遇到的。

同時，我們認識穩定、宏觀物體的這種個體數目屬性的能力，有可能部分地是內在的，即是由基因控制的我們的認知結構決定的。在這個意義上，算術真理有可能部分地是先天的。要充分說明這一點，需要對大腦的認知結構的一些假設，這超出了本文的範圍。當然，在這種意義上，在先天與後天之間顯然不會有一個非常清楚的界線。而且，這種先天決定的範圍，也只限於我們在進化過程中直接認識的穩定、宏觀的物體，而不能達到遠離我們的微觀事物。

最後要說明一下，這裡我僅討論了最簡單的算術概念及判斷。要將類似的思想推廣到含量詞的算術判斷，或其它更複雜的數學領域，當然需要新的思路，它超出了“數-量-名”結構所啓示的，對關於事物的數-量屬性的簡單判斷的，更接近於樸素實在論與經驗論的分析。簡單地說，大腦中更複雜的數學概念與思想的功能，類似地在於它們以更抽象的、更靈活的方式，表示與概括了大腦中像“2”、“3”、“2+3=5”這樣的概念與思想。對它們的可應用性意義的描述，在於描述大腦中可能存在的從這些更複雜的數學概念與思想，到“2”、“3”、“2+3=5”這樣的概念與思想，最終到（15）、（16）那樣的直接表示外部事物的概念與思想的轉換過程。對此的一個概述可見Ye（2006b），更詳細的研究還在進行中。

參考文獻

Boolos, G. (1990) "The Standard of Equality of Numbers", in Demopoulos (1997).

Boolos, G. (1997) "Is Hume's Principle Analytic?" in R. J. Heck (ed.), *Language, Thought and Logic*, Oxford University Press.

Burgess, J. P. (2005) *Fixing Frege*, Princeton University Press.

Demopoulos, W. (ed.) (1997): *Frege's Philosophy of Mathematics*, Harvard University Press.

Frege, G. (1884): The foundations of arithmetic, J. L. Austin (trans.), Northwestern University Press, 1968.

Hale B. and C. Wright (2001): *The Reason's Proper Study, Essays towards a Neo-Fregean Philosophy of Mathematics*, Clarendon Press.

Hofweber, T. (2005): “Number Determiners, Numbers, and Arithmetic”, *The Philosophical review* 114, No. 2, 179-225.

Lakoff, G. and R. Nunez (2000): *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Books, New York.

Simons, P. (1987): "Frege's Theory of Real Numbers", in Demopoulos (1997).

Wright, C. (2001): "Is Hume's Principle Analytic?", in Hale and Wright (2001).

Yablo, S. (2002): “Abstract Objects: A Case Study”, *Noûs* 36, 220-240.

Ye, F. (2006a) "An Embodied Inner Map Theory of Representation", to appear.

Ye, F. (2006b) "What Anti-realism in Philosophy of Mathematics Must Offer?", to appear.